

30

D. D.
DISSERTATIO
DE
QUANTITATE ET DENSITATE
MATERIÆ
IN
SOLE ET PLANETIS,

QUAM,
CONSENSU AMPLISS. FACULT. PHILOS.
IN REG. ACAD. ABOËNSI,

PRÆSIDE
MAG. *ANDREA PLANMAN*,
PHYS. PROF. REG. ET ORD. RECTORE H. T. MAGNIFICO, ACAD.
REG. SCIENT. STOCKH. ET SOCIET. REG. SCIENT. UPS. MEMBRO,

PRO GRADU
VENTILANDAM SISTIT
ANDREAS JOH. MENNANDER,
TAVASTENSIS,

IN AUDIT. MAJ. D. VI MAJI MDCC^LXXXVI.
H. A. M. S.

ABOË
TYPIS VIDUÆ REG. ACAD. TYPOGR. J. C. FRENCKELL,

DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

QUANTITIES OF DISSEMINATION

S:Æ R:Æ M:TIS

MAXIMÆ FIDEI VIRO,

REGNI SVETIÆ ARCHI-EPISCOPO,

ACAD. UPS. PROCANCELLARIO EMINENTISSIMO,

ORD. REG. DE STELLA POLARI MEMBRO,

S. S. THEOL. DOCTORI CONSUMMATISSIMO,

REVERENDISSIMO DOMINO

**CAROLO FRIDERICO
MENNANDER,**

MÆCENATI MAXIMO

SACRUM.

§. I.

Quod humanæ mentis vim transgredi videbatur, problema de materiæ quantitate in Sole & Planetis æstimanda, facilem jam admittit solutionem; postquam magnus ille Astronomiæ Physicæ Restaurator NEWTONUS, phænomenis rite examinatis & collatis, gravitatem mutuam corporibus, Systema Planetarium constituentibus, competere, legesque agendi, quas gravitas hæc universalis sequitur, mira sagacitate detexisset. Cognitis enim effectibus, quos vires attractivæ, tam Solis in quemlibet Planetam primum, quam primariorum in suos Satellites, producant, aperta habetur via ab effectuum comparatione ad causas seu virium æstimationem perveniendi. E motibus quidem Satellitum Jovis, cum motu Lunæ collatis, absque calculo colligitur, plus virium & consequenter etiam materiæ Jovi, quam Telluri, inesse; quia omnes circumjoviales breviori tempore suas periodos absolvunt, quam Luna suum circuitum peragit; quamvis isti Satellites, excepto primo, longius a Jove, quam Luna a terra, distent. Sic æque manifestum est, Saturni massam excedere illam, qua Tellus gaudet; cum Satellites Saturnii, præter extremum,

mum, longe majori velocitate, quam Luna, revolutiones suas perficiant. Sed non satis erat qualicunque æstimatione assequi, quinam Planetarum materiæ quantitate ceteris prævalerent; siquidem virium, in Systemate Solari agentium, mensuræ, quantum liceret, constituendæ erant, ut turbationes motuum cælestium, ab actionibus mutuis Solis atque Planetarum oriundæ, invenirentur. Quapropter NEWTONUS in *Prop. VIII. Lib. III. Phil. Nat. Princ. Math.*, suppressa ipsa methodo, massas, Solis, Jovis, Saturni atque Telluris relativas, ad calculos revocavit. Methodus autem deinceps ab aliis atque aliis est tradita, quæ binis duntaxat propositionibus innititur, quarum una constituit *virium centripetarum legem, quæ rationem directam massarum & inversam duplicatam distantiarum sequitur*; altera concernit earundem virium rationem in corporibus, diversos circulos æquabili motu describentibus, *quæ ratio componitur ex ratione radiorum directâ & duplicata temporum periodicorum inversa*. Harum itaque propositionum demonstrationes omnium primo adduxisse, haud abs re erit.

§. II.

Sint ABK , abk (Fig. 1. & 2.) bini circuli, motu æquabili circa centra C , c descripti, & sint AB , ab elementa arcuum eodem temporis momento, quod t dicatur, descripta; atque ducantur radii AC , ac , cb , &

tan-

tangentes AT, at , nec non ex punctis $B, \& b$; rectæ BT, bt , radiis AC, ac parallelæ. Si jam vis, corpora in $A \& a$ versus centra $C \& c$ impellens, quæ centripeta dici sivevit, cessaret; corpora omnino eadem velocitate, qua illuc pervenerunt, per tangentes AT, at , excurrerent, nec possent arcus circulares AB, ab , æquabiliter describere, nisi in singulis punctis A, a , vi quadam, in directione radorum AC, ac , agente, spatiis BT, bt , a tangentibus continuo retraherentur. Patet hinc vires centripetas, in $A \& a$ agentes, esse proportionales spatiis BT, bt , utpote effectibus suis, eodem temporis momento progenitis. Fiat igitur vis centripeta in $A = V$, & in $a = v$; eritque $V : v :: BT : bt$. Constituatur quoque ad radium AC & centrum C , ang. $ACE = \text{ang. } acb$, & ducatur ex E ad tangentem AT recta EQ parallela radio AC , atque erit EQ effectus vis centripetæ corporis, elementum arcus AE tempore, quod T dicatur, æquabili motu absolventis; quare $T : t :: AE : AB$; sed est $AE^2 : AB^2 :: EQ : BT$ (*per nat. circ.*); ergo $T^2 : t^2 :: EQ : BT = \frac{t^2 EQ}{T^2}$; nec non $V : v (:: BT = \frac{t^2 EQ}{T^2} : bt) :: \frac{EQ}{T^2} :$

$\frac{bt}{t^2}$. Quia vero arcus AE, ab sunt similes (*per constr.*)

& æquabiliter descripti, erunt T, t , ut tempora periodica corporum in circulis AEK, abb , revolvendum, atque $AE : ab :: R : r$, positis radiis $AC = R, ac = r$;

$=r$; ideoque $EQ:bt::\left(\frac{AE^2}{R}:\frac{ab^2}{r}::\right) R:r$. Facta igitur substitutione in analogia $V:v::\frac{EQ}{T^2}:\frac{bt}{t^2}$, prodibit $V:v::\frac{R}{T^2}:\frac{r}{t^2}$, quod erat posterius illud Theorema, cujus mentionem §. præc. fecimus.

Coroll. Cum per *legem KEPLERIANAM*, respectu Planetarum tam primariorum quam secundariorum, $T^2:t^2::R^3:r^3$; habebitur per substitutionem, $V:v::\left(\frac{R}{T^2}:\frac{r}{t^2}::\right)\frac{1}{R^2}:\frac{1}{r^2}$; nimirum vires centripetæ corporum, in circulis motu æquabili revolvendum, sunt in ratione duplicata radiorum seu distantiarum inversa, quæ ratio constituit unam illarum rationum, ex quibus componitur lex illa virium centripetarum, cujus commoratio (§. i.) facta est.

§. III.

Quod ad alteram legis istius partem attinet, quæ in ratione massarum directâ consistit; ea in paribus a centro distantis valet, & ex experimentis, quæ cum corporibus terrestribus accuratissime sunt instituta, colligitur. Sic enim deprehensum est, corpora in Telluris vicinia, cujuscunque sint figuræ aut voluminis aut

aut partium plexis, per vim gravitatis tum in vacuo demissa, eadem velocitate deorsum tendere; tum pendulis ejusdem longitudinis appensa, oscillationes suas pari velocitate peragere. Cumque manifestum sit, motus quantitatem in corporibus quibuscunque æquivelocibus esse in ratione massarum seu quantitatum materiæ; sequitur omnino vim gravitatis, qua corpora in iisdem a Telluris centro distantis moventur, pro ratione massarum agere. Sed comparatione instituta inter Planetarum & primariorum & secundariorum vires centripetas, quibus in orbibus suis retinentur, atque vim gravitatis, in corpora terrestria agentem, deprehensæ sunt istæ vires iisdem adstringi legibus ejusdemque esse generis vel naturæ; quemadmodum NEWTONUS, calculo subducto, de vi centripeta Lunæ, in orbita sua revolventis, omnium primo demonstraverat; atque deinceps, ex ejusdem generis revolutionum phænomenis, de reliquorum Planetarum viribus centripetis argumentatus erat. Quare concludendum erit, vires Planetarum centripetas, cum vi gravitatis, ejusdem generis vires constituere, naturamque gravitatis in Planetas eandem esse atque in terram & corpora terrestria; adeo ut eorum gravitates acceleratrices, in paribus a corpore centrali distantis, evaderent æquales. Cumque gravitas in mutua corporum attractione consistat, quemadmodum observatio BOUGERIANA, ad montem *Chimboraco* capta, comprobatur; sequitur, corpora omnia, Systema
Pla-

Planetarium constituentia, mutua gravitate in se invicem agere, idque, ceteris paribus, pro ratione quantitatis materiæ in singulis.

§. IV.

Atque hæc quidem præmittere non ab re esse duximus. Formulam autem jam exhibituri, ad quam massæ Solis Planetarumque, qui Satellitibus sunt stipati, computentur, orbitas Satellitum supponimus circulares; id quod, absque sensibili errore, in subsequenti calculo, fieri potest. Sit itaque centrum Solis in S , in V centrum Veneris, ad quam cum NEWTONO referimus vim attractivam Solis (*), quia orbita ejus, ob exiguam excentricitatem, est fere circularis. Sit quoque circulus ABL orbita Satellitis atque L centrum Satellitis in maxima sua elongatione heliocentrica, quam metitur $Ang. LSP$, qui ponatur $= e$; eritque $Ang. SLP$ rectus. Fiant distantiae Planetarum mediæ a Sole, SV ad SP ut n ad p , nec

$$\text{non } SP = x: \text{ unde } SV = \frac{nx}{p}, \text{ atque } PL = x \sin. e,$$

B exi-

(*) Ne autem diversa vocabula ejusdem vis tironibus negotium facessant, observamus unam eandemque vim respectu corporis revolvantis, *centripetam*; respectu autem corporis centralis *attractivam* vocari. Hæc eadem vis quoque *gravitas* dicitur; adeo ut, dum corpora versus se mutuo gravitare dicuntur, idem significet, ac corpora sese mutuo attrahere, aut versus se mutuo tendere. Ceterum his nominibus nihil nisi effectus designantur.



existente radio = 1. Sint jam tempora periodica Veneris circa Solem & Satellitis circa suum primum T, t , nec non vires centripetæ Veneris Satellitisque V, v respective. Satuat quoque ratio massæ seu quantitatis materiæ in Sole & Planeta in P ut m ad 1, quæ proportio in paribus, ab utroque corpore centrali, distantis valet (§. III.); eritque hinc (& per

Coroll. §. II.) $V : v :: \frac{m}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Sed est $V : v ::$

$\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$ (per Theor. §. II.); quare $\frac{m}{R^2} : \frac{1}{r^2} :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$.

Cumque $R = SV = \frac{n\alpha}{p}$, & $r = PL = \alpha \sin. e$; e-

vadit ultima analogia, facta substitutione, $\frac{mp^2}{n^2 \alpha^2} ::$

$\frac{1}{\alpha^2 \sin. e^2} :: \frac{n\alpha}{pT^2} : \frac{\alpha \sin. e}{t^2}$; atque hinc obtinebitur m

$: 1 :: \frac{n^3}{T^2} : \frac{p^3 \sin. e^3}{t^2} :: 1 : \frac{p^3 T^2 \sin. e^3}{n^3 t^2} = \frac{p^3 \sin. e^3}{at^2}$,

posita quantitate constante $\frac{n^3}{T^2} = a$. Quantitas pro-

inde materiæ in Sole est ad quantitatem materiæ in

Planeta P ut 1 ad $\frac{p^3 \sin. e^3}{at^2}$.

§. V.

Computatio juxta hanc formulam per Logarithmos optime instituitur. Sit exempli gratia Telluris centrum in P & Luna nostra in L , atque media distantia Telluris a Sole ad istam Veneris, seu p ad n ut 100000 ad 72333; maxima elongatio Lunæ heliocentrica $e = 10'. 33''$; tempus periodicum Veneris $T = 224^d. 16^h. 48'. 20'' = 19414100''$; tempus period. Lunæ $t = 27^d. 7^h. 43'. 5'' = 2360585''$.

Est autem $\text{Log. } p = 5.0000000.$

$\text{Log. } n = 4.8593365.$

$\text{Log. Sin. } e = -3.4869779.$

$\text{Log. } T = 7.2881172.$

$\text{Log. } t = 6.3730196.$

Quare erit $\text{Log. } n^3 = 14.5780095.$

$\text{Log. } p^3 = 15.0000000.$ $\text{Log. } T^2 = 14.5762344.$

$\text{Log. Sin. } e^3 = -8.4609337.$ $\text{Log. } \left(\frac{n^3}{T^2} = a\right) = 0.0017751.$

$\text{Log. } p^3 \text{ Sin. } e^3 = 7.4609337.$ $\text{Log. } t^2 = 12.7460392.$

$\text{Log. } a t^2 = 12.7478143.$ $\text{Log. } a t^2 = 12.7478143.$

$\text{Log. } \frac{p^3 \text{ Sin. } e^3}{a t^2} = -6.7131194,$ cui Logarithmo respon-

det numerus, 0. 000005166. Proinde quantitas materiæ in Sole est ad quantitatem materiæ in Tellure ut 1 ad 0. 000005166; vel ut 1000000 ad 5, 166.

§. VI.

Computatione consimili obtinebitur quoque proportio massarum Solis, Jovis atque Saturni. Sint enim ex observatione POUNDIANA, micrometro exquisitissimo capta, extimi Satellitis Jovis maxima elongatio heliocentrica $= 8'. 16'' = e$, ejus tempus periodicum $= 16^d. 16^h. 32'. 8'' = t$, nec non media distantia Jovis a Sole $= 520098 = p$, posita Telluris a Sole distantia media $= 100000$. Sit quoque Satellitis HUGENIANI, qui est Saturni ordine quartus, maxima elongatio heliocentrica $= 3'. 4'' = e$, tempus periodicum $= 15^d. 22^h. 34'. 38'' = t$, nec non media Saturni distantia a Sole $= 954007 = p$; atque prodibit, calculo subducto, ratio quantitatis materiæ in Sole, Jove & Saturno ut 1000000, 937 atque 324 respective.

§. VII.

Massarum Solis, Jovis, Saturni atque Telluris proportionem hunc in modum definita, restat, ut ratio densitatis materiæ in iisdem corporibus inveniat. In antecessum autem Solis horumque Planetarum diam-

me-

metri veræ, pro distantiiis ipsorum mediis, sunt determinandæ. Ponatur igitur apparens diameter Solis = $32'. 8'' = 1928''$; diameter apparens Jovis = $37''$, Saturni = $16''$, nec non Telluris = $21''$; quemadmodum in novissima *Ph. Nat. Princ. Math.* editione sunt positæ. Cumque hæ diameterum exiguos subtendant angulos; erunt diameterum veræ in ratione composita diameterum apparentium & distantiarum mediarum singulis corporibus respondentium. Quapropter diameter veræ Solis, Jovis, & Saturni erunt ut $1928 \propto 100000$, $37 \propto 520098$, & $16 \propto 954007$. respective, seu ut 10000 , 998 & 793 , quam proxime; nec non Telluris diameter ut 109 . Cum igitur corporum quantitates materiæ sint in ratione composita densitatum & voluminum; sequitur densitates esse in massarum directâ & voluminum inversâ proportionem. Sit itaque densitas Solis ad densitatem Planetæ ut d ad 1 ; sit quoque massa Solis = m , massa Planetæ = μ , diameter Solis vera = D , nec non diameter Planetæ vera = δ ; eritque $d:1::\left(\frac{m}{D^3}:\frac{\mu}{\delta^3}::\right)1:\frac{\mu D^3}{m \delta^3}$. Cal-

culo ad hanc formulam subducto, adhibitisque valoribus symbolorum, ut in hac & præced. §. §. definiti comparent, prædabit ratio densitatum materiæ in Sole, Jove, Saturno & Tellure, ut 1000 , 943 , 650 , 3989 respective & quam proxime. Sed si Parallaxis in distantia sua media a Tellure assumatur = $8'', 5$, quemadmodum ista, ex observationibus transitus



Veneris per discum Solis, a Celeb. Præsidente est deducta; habetur diameter Telluris e Sole visa = $17''$; adeoque $\delta = 88, 2$, posita $D = 10000$. Hinc itaque erit densitas Solis ad densitatem Telluris ut 1000 ad 7529. Ceterum densitates hæc supputatæ censendæ sunt tales, quales Planetæ haberent, si, servata singulorum magnitudine & materiæ quantitate, forent homogenei.

§. VIII.

Cum igitur Tellus Jovem & Jupiter Saturnum densitate exsuperet, sequitur, Planetas Soli propiores materia densiori constare, quam qui a Sole sunt remotiores; id quod etiam de reliquis Planetis haud exigua probabilitate concludere licet: quamvis densitates illorum methodo allata ad calculos revocari nequeant, quippe quos satellitibus stipari non constat. Neque quisquam existimet, Planetas densiores fortuito aut temere propius Solem esse collocatos; sed ita pro summa Creatoris Optimi sapientia ideo fuisse positos, ut quivis illorum, pro sua densitate, calore Solis refocillante frueretur. Si enim Tellus nostra Saturni locum occuparet; aquæ certe & colles vallesque interjectæ alto gelu perpetuo rigerent, nec non plantæ & animalia frigore enecarentur. Prorsus autem contrarias rerum conversiones subiret Terra, si usque ad Mercurii orbitam deprimeretur: aquæ enim
in-



intensissimo calore in vapores per auras dissiparentur, omniaque nimio æstu absumerentur. Nec certe minori exitio Jovii & Saturno esset, si globo nostro substituerentur, quam quod Solis vicinia Telluri, ad Mercurii orbem depressæ, afferret. Hinc igitur concludendum erit, Planetas singulos adeo convenienter naturæ suæ sapientissime fuisse dispositos, ut, si jam ordo ac situs eorum mutaretur, maximis ipsi simul afficerentur incommodis.





Veneris per discum Solis, a Celeb. Præsidente est deducta; habetur diameter Telluris e Sole visa = $17''$; adeoque $d = 88, 2$, posita $D = 10000$. Hinc itaque erit densitas Solis ad densitatem Telluris ut 1000 ad 7529. Ceterum densitates hæc supputatæ censendæ sunt tales, quales Planetæ haberent, si, servata singulorum magnitudine & materiæ quantitate, forent homogenei.

§. VIII.

Cum igitur Tellus Jovem & Jupiter Saturnum densitate exsuperet, sequitur, Planetas Soli propiores materia densiori constare, quam qui a Sole sunt remotiores; id quod etiam de reliquis Planetis haud exigua probabilitate concludere licet: quamvis densitates illorum methodo allata ad calculos revocari nequeant, quippe quos satellitibus stipari non constat. Neque quisquam existimet, Planetas densiores fortuito aut temere propius Solem esse collocatos; sed ita pro summa Creatoris Optimi sapientia ideo fuisse positos, ut quivis illorum, pro sua densitate, calore Solis refocillante frueretur. Si enim Tellus nostra Saturni locum occuparet; aquæ certe & colles vallesque interjectæ alto gelu perpetuo rigerent, nec non plantæ & animalia frigore enecarentur. Prorsus autem contrarias rerum conversiones subiret Terra, si usque ad Mercurii orbitam deprimeretur: aquæ enim
in-

